* ★★★☆☆
* **題組：**Problem Set Archive with Online Judge
* **題號：10090: Marbles**
* **解題者：**謝侑霖
* **解題日期：**2014年4月17日
* **題意：**讀到0才結束，先給定一個數字，表示要裝之彈珠總數，第一行輸入第一個盒子要價C1和可裝的彈珠數量N1，第二行則是第二個盒子之C2、N2。求出在可以裝完所有彈珠的前提下花費最少的盒子組合。(盒子要裝滿、其中 c1 、 n1 、 c2 、 n2 都是小於 2,000,000,000 的正整數。)
* **題意範例：**

|  |  |
| --- | --- |
| **INPUT** | **OUTPUT** |
| 43 ->N1 3 ->C1 N12 4 ->C2 N240 ->N5 9 ->C1 N15 12 ->C2 N20 | 13 1failed |

* **解法：**假定存在整數 a、b和a、b的最大公因數gcd(a、b)，那麼必然存在x,y使得ax+by=gcd(a、b)。目標愈使 a \* c1 + b \* c2 最小，即代表說用最少的錢，其中，假設n1 用 a 盒，n2 用 b 盒。若n和gcd(a,b)互質，則直接輸出failed。代表說a跟b無論經過多少倍的組合都無法組出N。
* **解法範例：**因為要達到價錢最小化，所以組合一定只有兩種可能(在不考慮failed的情況下)，不是n1盡可能的達到最大就是n2達到最大，所以在判斷完是否會failed之後只需要記錄n值符合的兩個結果，之後比較兩者所需價錢。例如上述例子中的第一筆輸入，不是裝3個彈珠的盒子數量達到最大就是另一個盒子達到最大。而第一個狀況所需的金錢為1\*13+2\*1 = 15 ，第二個狀況為1\*1+2\*10 = 21，所以答案為第一種狀況。
* **討論：**因有可能輸入會溢位，所以宣告變數使用long long。

 歐幾里得定理 ：對任意的整數a,b必然有gcd(a,b) = gcd(b,a%b)。

 擴展歐幾里得定理：對任意的整數a,b必然有整數x,y使得ax + by = gcd(a,b)。