**★★★☆☆**

**題組：Problem Set Archive** **with Online Judge**

### **題號：10312 - Expression Bracketing**

**解題者：黃宇豪**

**解題日期：2021年3月25日**

**題意：**

**給定一整數N，輸出葉子個數為Ｎ的樹當中有幾個「不是」二元樹。**

**題意範例：**

**3** **→ 1**

**4** **→ 6**

**5** **→ 31**

**10** **→ 98187**

**解法：**

**要找到非二元樹的數量，只要找到所有合法樹的數量扣掉所有滿二元樹的數量就好。**

**卡特蘭數（Catalan number）是一個組合數學中常用的數列，其第n項Cn剛好可以代表葉子數量為 n的滿二元樹。**

**而 Schröder–Hipparchus數列（有時也被叫做超卡特蘭數）的第ｎ項Sn剛好可以表示葉子數量為n的所有合法樹數量。**

**推出兩者後Sn - Cn即為輸入為 n時的解。**

**解法範例：**

**Cn = C(2n n)/(n+1)**

**Sn = [3\*(2n-3)\*S(n-1)-(n-1)\*S(n-2)]/n**

**討論：**

**(1)因為Sn要使用遞迴所以計算量很大，要存下已經計算過的值以便未來直接取用。**

**程式：**

# 卡特蘭數的第1~26項  
Catalan = {1: 1, 2: 1, 3: 2, 4: 5, 5: 14, 6: 42, 7: 132, 8: 429, 9: 1430, 10: 4862, 11: 16796, 12: 58786, 13: 208012,  
 14: 742900, 15: 2674440, 16: 9694845, 17: 35357670, 18: 129644790, 19: 477638700, 20: 1767263190,  
 21: 6564120420, 22: 24466267020, 23: 91482563640, 24: 343059613650, 25: 1289904147324, 26: 4861946401452}  
  
# 超卡特蘭數的第1~26項  
super\_Catalan = {1: 1, 2: 1, 3: 3, 4: 11, 5: 45, 6: 197, 7: 903, 8: 4279, 9: 20793, 10: 103049, 11: 518859, 12: 2646723,  
 13: 13648869, 14: 71039373, 15: 372693519, 16: 1968801519, 17: 10463578353, 18: 55909013009,  
 19: 300159426963, 20: 1618362158587, 21: 8759309660445, 22: 47574827600981, 23: 259215937709463,  
 24: 1416461675464871, 25: 7760733824437545, 26: 42624971294485657}  
  
while True:  
 try:  
 n = int(input())  
 print(super\_Catalan[n] - Catalan[n])  
 except EOFError:  
 break