**★★☆☆☆**

**題組：Problem Set Archive** **with Online Judge**

**題號：10174: Couple-Bachelor-Spinster Number.**

**解題者：蔡明軒**

**解題日期：2021年3月3日**

**題意：**

每一行給定一個或兩個數字，若給定一個數字n，判斷是否有一組a和b (非負整數) 滿足 a\*a-b\*b = n，若可以滿足，輸出a, b，不可滿足，則再判斷n為奇數或偶數，若為偶數，輸出’Bachelor Number.’，奇數則輸出’Spinster Number’。

若一行給定兩個非負整數 n1, n2，則輸出在n1, n2這個區間中，共有多少個Bachelor Number。

**題意範例：**

假設在一行中，給定一個數字5，由於3 \* 3 – 2 \* 2 = 5 成立，因此輸出3 2。給定一個數字6，由於無法使 a \* a – b \* b = 6 成立，輸出‘Bachelor Number.’。

**解法：**

觀察 a\*a-b\*b = n這個式子，我們可以整理成 (a + b)(a - b) = n這個形式，我們可以發現，如果n是奇數，我們可以把n分解成1 \* n，使a + b = n、a – b = 1，解開上列兩式，得到a = (n + 1) / 2，b = (n - 1) / 2，由於n為奇數，故a, b的解必定為非負整數解。

接著討論n為偶數的情況，我們把n分解成2 \* (n / 2) = n，使a + b = n / 2、a - b = 2，解得a = (n / 2 + 2) / 2、b = (n / 2 – 2) / 2，觀察以上兩式，發現在n被4整除的情況下，必定可以找到一組非負整數解。

綜合以上結論，所有奇數以及4的倍數，必定有解。

**解法範例：**

以19為例，因為19是奇數，先拆成1 \* 19 = 19，代入上面解法的式子，a = (1 + 19) / 2 = 10、b= (19 - 1) / 2 = 9。

以16為例，因為16是4的倍數，拆成2 \* 8 = 16，代入上面解法的式子，a = (2 + 8) / 2 = 5、b = (8 - 2) / 2 = 3。

以10為例，因為10不是奇數也不是4的倍數，找不到非負整數解。

**討論：**

這題大家主要碰到的問題應該不是問題本身，而是麻煩的IO處理，這裡推薦大家使用c++ 的stringstream，先讀入一整行，再從stringstream中讀出數字來，這樣就可以利用fail()函式，判斷每一行有一個還是兩個數字。

**程式：**

#include <bits/stdc++.h>

typedef long long ll;

using namespace std;

int main() {

    string n;

    stringstream ss;

    while (getline(cin, n)) {

        ss.clear();

        int n1, n2;

        ss << n;

        ss >> n1 >> n2;

        if (ss.fail()) {

            if (n1 % 2)

                cout << (1 + n1) / 2 << ' ' << (n1 - 1) / 2 << '\n';

            else if (!(n1 % 4))

                cout << (2 + n1 / 2) / 2 << ' ' << (n1 / 2 - 2) / 2 << '\n';

            else {

                cout << "Bachelor Number.\n";

            }

        } else {

            if (n1 > n2) swap(n1, n2);

            int sum = 0;

            for (int i = n1; i <= n2; i++) {

                if (i % 2 == 0 && i % 4 != 0) sum++;

            }

            cout << sum << '\n';

        }

    }

    return 0;

}