**★★★☆☆**

**題組：Problem Set Archive** **with Online Judge**

**題號：719: Glass Beads**

**解題者：詹宇倫**

**解題日期：2025年5月22日**

**題意：**

給定一字串，找出其所有循環同構中，字典序最小的那一個起點。

**題意範例：**

input : abc
有 3 個起點
起點為 1：abc
起點為 2：bca
起點為 3：cab
最小字典序的字串為 abc
output : 1

input : aaabaaa
有 7 個起點
aaabaaa aabaaaa abaaaaa
baaaaaa aaaaaab aaaaaba aaaabaa
output : 5

**解法：**

1. 將原字串 s 接成 S = s + s，模擬環狀字串。
2. 設兩個指標 i = 1、 j = 2 表示兩個循環同構串起點。
3. 從 i 和 j 開始比較(i, j 最多到 n = size of s)：
* 若遇到相同字元，k + 1，然後繼續往後比，k = n 代表已經找到最小字典序。
* 若 S[i+k] > S[j+k]，變更 i 到 i + k + 1。
	+ 若 i = j，則 j + 1
* 若 S[i+k] < S[j+k]，則變更 j 到 j + k + 1。
	+ 若 i = j，則 i + 1
* k 為兩循環同構串相同字符數。
1. 最後回傳 i 和 j 中較小的那個，即為最小字典序循環同構串的起點。
* 為甚麼可以跳過 [i, i+k] 區間？
	+ 令 p = i + r（1 ≤ r ≤ k ）為最小字典序起點位置
* 比較循環同構串的第 k − r 位
	+ S[p + (k-r)] = S[(i+r) + (k-r)] = S[i + k]
	+ S[(j+r) + (k-r)] = S[j + k]
* 因為 S[i + k] > S[j + k]，所以 S[p + (k−r)] > S[(j+r) + (k−r)]。因此 S[p: p+n] 字典序大於 S[j+r: j+r+n] 字典序，這與 **p 為最小字典序起點**矛盾。
* 所以我們可以保證最小字典序起點位置不會被跳過。

**解法範例：**

s = amandamanda

* 初始化
接成環狀字串 S = s + s = amandamanda|amandamanda
設定指標： i = 1, j = 2 比較從這兩個起點開始的長度 n = 11 的字串
* i = 1, j = 2
amandamanda|amandamanda
amandamanda|amandamanda
a < m, j = j + 0 + 1 = 3

i = 1, j = 3
amandamanda|amandamanda
amandamanda|amandamanda
m < n, j = j + 1 + 1 = 5

i = 1, j = 5
amandamanda|amandamanda
amandamanda|amandamanda
a < d, j = j + 0 + 1 = 6

i = 1, j = 6
amandamanda|amandamanda
amandamanda|amandamanda
m > a, i = i + 6 + 1 = 8

i = 8, j = 6
amandamanda|amandamanda
amandamanda|amandamanda
n > m, i = i + 1 + 1 = 10

i = 10, j = 6
amandamanda|amandamanda
amandamanda|amandamanda
d > a, i = i + 0 + 1 = 11

i = 11, j = 6
amandamanda|amandamanda
amandamanda|amandamanda
a < m, j = j + 1 + 1 = 8

i = 11, j = 8
amandamanda|amandamanda
amandamanda|amandamanda
a < n, j = j + 1 + 1 = 10

i = 11, j = 10
amandamanda|amandamanda
amandamanda|amandamanda
a < d, j = j + 0 + 1 = 11

i = j, i = i + 1 = 12 > 11 = n（結束條件）

回傳 min (i, j) = 11
11 即為 amandamanda 最小字典序循環同構串起點位置。
以第 11 個為起點的字串為 aamandamand

**討論：**

* i, j 最多循環到 n，因此該解法時間複雜度為 O(n)
n 為字串長度。
* 暴力法複雜度為 O(n ²) 會超時。

**程式：**

1. #include <iostream>
2. #include <string>
3. #include <vector>
4. using namespace std;
5. int findMinlex(string s) {
6. string S = s + s; // 模擬環狀排列
7. int n = s.size();
8. int i = 0, j = 1, k = 0; // i, j 為兩個要比較的字串起點
9. while (i < n && j < n) {
10. k = 0;
11. while (k < n && S[i + k] == S[j + k]) ++k;
12. if (k == n) break;
13. if (S[i + k] > S[j + k]) {
14. i = i + k + 1;
15. if (i == j) ++j;
16. } else {
17. j = j + k + 1;
18. if (i == j) ++i;
19. }
20. }
21. return min(i, j) + 1;
22. }
23. int main() {
24. int n;
25. string s;
26. cin >> n;
27. while (n--) {
28. cin >> s;
29. cout << findMinlex(s) << endl;
30. }
31. return 0;
32. }