**★★★★★**

**題組：Problem Set Archive** **with Online Judge**

**題號：12030: Help the Winners**

**解題者：童煜凱**

**解題日期：2025年5月18日**

**題意：**

有n件洋裝和n雙鞋子，每個洋裝和鞋子的配對情況由一個n\*n的矩陣來描述，他們的配對情況有以下三種：0 → 不匹配、1 → 匹配、2 → 超級匹配。輸出有多少種方法，可以讓所有的配對全部都是匹配或至少有一對是超級匹配。

**題意範例：**

1

3

1 2 1

1 1 1

1 1 1

🡺 Case 1 : 6

**解法：**

要使用Bitmask DP來做，Bitmask用0和1來記錄鞋子有沒有使用過，比如說，有3雙鞋子:000表示沒有鞋子被用過、101表示鞋1和鞋3被用了。計算流程 : 從第一件洋裝開始，跟每雙鞋子配對，如果鞋子沒被配對過(Bitmask = 0)，就配對他，並把位元設成1，然後記錄狀態(1.是否是匹配 2.是否是完美匹配) ，並且儲存組合，如果之後遇到一樣的配對情況，直接從表格取結果，然後遞迴到下一件洋裝，當所有洋裝都配對時，檢查這個組合是否全部都是匹配或至少有一對是超級匹配。最後輸出總共有幾種可能的組合。

**解法範例：**

代表合法組合

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 遞迴層數 | (at,mask,one,two) | 寫入 | 讀取 | 回傳值 |
| 0 | (0, 000, 1, 0) | ✅ | ❌ | 6 |
| 1 | (1, 001, 1, 0) | ✅ | ❌ | 2 |
| 2 | (2, 011, 1, 0) | ✅ | ❌ | 1 |
| 3 | (3, 111, 1, 0) | ✅ | ❌ | 1 |
| 2 | (2, 101, 1, 0) | ✅ | ❌ | 1 |
| 3 | (3, 111, 1, 0) | ❌ | ✅ | 1 |
| 1 | (1, 010, 1, 1) | ✅ | ❌ | 2 |
| 2 | (2, 011, 1, 1) | ✅ | ❌ | 1 |
| 3 | (3, 111, 1, 1) | ✅ | ❌ | 1 |
| 2 | (2, 110, 1, 1) | ✅ | ❌ | 1 |
| 3 | (3, 111, 1, 1) | ❌ | ✅ | 1 |
| 1 | (1, 100, 1, 0) | ✅ | ❌ | 2 |
| 2 | (2, 101, 1, 0) | ❌ | ✅ | 1 |
| 3 | (3, 111, 1, 0) |  | ✅ | 1 |
| 2 | (2, 110, 1, 0) | ✅ | ❌ | 1 |
| 3 | (3, 111, 1, 0) | ❌ | ✅ | 1 |

最後輸出 Case 1 : 6

**討論：**

(1) 當n太大時，可能無法使用Bitmask，因為Bitmask的本質就是跑過所有子集(最多需要2n種組合)，若 n 太大，例如超過 20，就會導致運算量太大，但題目範圍是n <= 15，因此可以使用
(2) 使用dp避免重複計算，否則會TLE

**程式：**

*#include* <bits/stdc++.h>

*#define* LL long long

using namespace std;

int check (LL *mask*,int *i*) *//檢查mask的第i位是否為1*

{

    *return* (*mask* &(1<<*i*));

}

LL on(LL *mask*,int *k*)*//將mask的第k位設為1*

{

    *return* (*mask*|(1<<*k*));

}

int M[16][16],n;*// M[i][j]表示第i件洋裝對第j雙鞋子的配對程度*

*// 1表示搭，2表示超搭，0表示不搭*

LL memo[(1<<15)+5][2][2];

LL solve(int *at*,LL *mask*,int *one*,int *two*) *//DP函式*

{

    *if*(*at*==n)*//當目前選到最後一件洋裝*

    {

        *if*(*one* || *two*)*return* 1;*//全部都是搭或者有一個超搭 就輸出1*

        *return* 0;

    }

    LL &ret=memo[*mask*][*one*][*two*];*//把return值存進memo中*

    *if*(ret!=-1){*//假如memo中有值，直接返回*

        *return* ret;

    }

    LL s=0;

    *for*(int i=0;i<n;i++)

    {

        *if*(check(*mask*,i))*continue*;*//已經搭配過的鞋子就跳過*

        *if*(M[*at*][i]==1)     s += solve(*at*+1,on(*mask*,i),*one*,*two*);*//洋裝鞋子是搭配的*

        *else* *if*(M[*at*][i]==2) s += solve(*at*+1,on(*mask*,i),*one*,1);*//洋裝鞋子是超搭的*

        *else*                 s += solve(*at*+1,on(*mask*,i),0,*two*);*//洋裝鞋子是不搭的*

    }

    *return* ret=s;*//回傳ret值*

}

int main()

{

    int i,j,t,cs=1;

    scanf("%d",&t);

    *while*(t--)

    {

        scanf("%d",&n);

        memset(memo,-1,sizeof memo);*//先把memo每一個都設成-1*

        *for*(i=0;i<n;i++)*for*(j=0;j<n;j++)scanf("%d",&M[i][j]);*//讀取每個元素*

        printf("Case %d: ",cs++);

        printf("%lld\n",solve(0,0,1,0));

    }

    *return* 0;

}